und daher

$$\begin{pmatrix}0 & 1 & 1\end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix}1 & 1 & 1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0 & 1 & 0\end{pmatrix} .$$

Das gleiche Ergebnis erhält man selbstverständlich, wenn die Elemente zuerst als Potenzen des primitiven Elements α dargestellt werden:

$$\alpha^3 \cdot \alpha^5 = \alpha^8 = \alpha .$$

Zu jedem Element ausser 0 existiert das inverse Element bezüglich der Multiplikation. So ist beispielsweise (1 1 0) invers zu (0 1 1), wie durch Ausmultiplizieren einfach verifiziert werden kann:

$$\left(\alpha^2 + \alpha\right) \cdot \left(\alpha + 1\right) = \alpha^3 + \alpha$$

$$\left(\alpha^3 + \alpha\right) \bmod \left(\alpha^3 + \alpha + 1\right) = 1 .$$

Das inverse Element lässt sich besonders leicht aus der Potenzdarstellung bestimmen:

$$\left(\alpha^k\right)^{-1} = \alpha^{7-k} .$$ ■

9.3 Diskrete Fouriertransformation

Betrachten wir einen Vektor $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} v_1 & v_2 & \cdots & v_n \end{pmatrix}$ mit n komplexen Komponenten, so ist dessen diskrete Fouriertransformation ebenfalls ein Vektor $\mathbf{V} = \begin{pmatrix} V_1 & V_2 & \cdots & V_n \end{pmatrix}$ mit n komplexen Komponenten, die wie folgt berechnet werden[8]

$$V_k = \sum_{i=1}^{n} v_i \cdot e^{-j \cdot \frac{2\cdot\pi}{n} \cdot i \cdot k} .$$

Mit der Abkürzung

$$\alpha = e^{j \cdot \frac{2\cdot\pi}{n}}$$

resultiert die Vereinfachung

$$V_k = \sum_{i=1}^{n} v_i \cdot \alpha^{-i \cdot k} .$$

[8] Unsere Definition der diskreten Fouriertransformation weicht ein klein wenig von der in der Signalverarbeitung gebräuchlichen Definition $V_{k+1} = \sum_{i=0}^{n-1} v_{i+1} \cdot e^{-j \cdot \frac{2\cdot\pi}{n} \cdot i \cdot k}$ ab. Dadurch vereinfacht sich die Notation, ohne dass etwas wirklich Wesentliches geändert würde.