In diesem Zusammenhang ist die folgende Eigenschaft von α ausschlaggebend: Im Körper der komplexen Zahlen $\mathbb{C}$ gilt

$$\alpha^i \neq 1, \quad 1 \leq i < n$$
$$\alpha^n = 1 .$$

Man bezeichnet α deshalb als Element der Ordnung n. (Die Wahl von α ist übrigens nicht eindeutig, genau so gut könnte man $\alpha = \exp(-j \cdot 2 \cdot \pi / n)$ wählen.)

Wird dem Vektor $\begin{pmatrix} v_1 & v_2 & \cdots & v_n \end{pmatrix}$ formal ein Polynom

$$v(X) = v_1 \cdot X^{n-1} + v_2 \cdot X^{n-2} + \cdots + v_n$$

zugeordnet, so kann die diskrete Fouriertransformation auch als Auswertung des Polynoms an der Stelle α^k interpretiert werden

$$\begin{aligned} v\left(\alpha^k\right) &= v_1 \cdot \left(\alpha^k\right)^{n-1} + v_2 \cdot \left(\alpha^k\right)^{n-2} + \cdots + v_n \cdot \left(\alpha^k\right)^{n-n} \\ &= v_1 \cdot \alpha^{-1 \cdot k} + v_2 \cdot \alpha^{-2 \cdot k} + \cdots + v_n \cdot \alpha^{-n \cdot k} \\ &= \sum_{i=1}^{n} v_i \cdot \alpha^{-i \cdot k} \\ &= V_k \ . \end{aligned}$$

Dabei haben wir von der Tatsache $\alpha^{k \cdot n} = 1^k = 1$ Gebrauch gemacht.

Wie unschwer zu verifizieren ist, kann die diskrete Fouriertransformation überdies als Multiplikation mit einer Matrix definiert werden

$$\mathbf{V} = \mathbf{v} \cdot \mathbf{A} = \mathbf{v} \cdot \begin{bmatrix} \alpha^{-1 \cdot 1} & \alpha^{-1 \cdot 2} & \cdots & \alpha^{-1 \cdot n} \\ \alpha^{-2 \cdot 1} & \alpha^{-2 \cdot 2} & \cdots & \alpha^{-2 \cdot n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha^{-n \cdot 1} & \alpha^{-n \cdot 2} & \cdots & \alpha^{-n \cdot n} \end{bmatrix} .$$

Die Matrix $\mathbf{A}$ ist invertierbar, was es erlaubt, die Rücktransformation ebenfalls als Matrixoperation darzustellen

$$\mathbf{v} = \mathbf{V} \cdot \mathbf{A}^{-1} = \frac{1}{n} \cdot \mathbf{V} \cdot \begin{bmatrix} \alpha^{1 \cdot 1} & \alpha^{1 \cdot 2} & \cdots & \alpha^{1 \cdot n} \\ \alpha^{2 \cdot 1} & \alpha^{2 \cdot 2} & \cdots & \alpha^{2 \cdot n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha^{n \cdot 1} & \alpha^{n \cdot 2} & \cdots & \alpha^{n \cdot n} \end{bmatrix} ,$$

woraus wiederum die Polynomdarstellung abgeleitet werden kann

$$v_i = \frac{1}{n} \cdot V\left(\alpha^{-i}\right) .$$